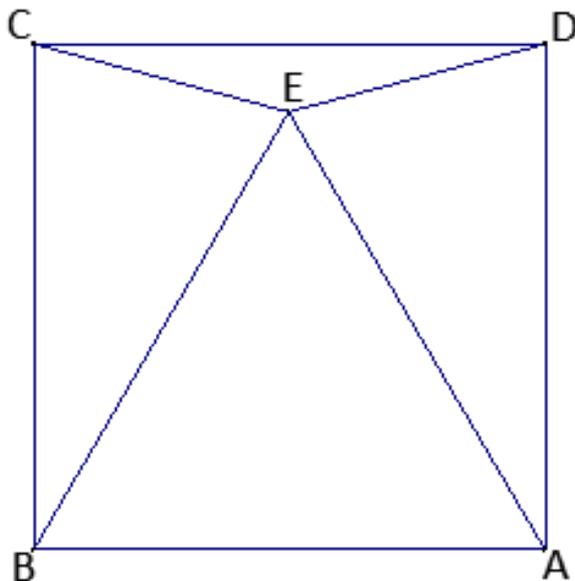


SUB12 - Problema 5

É quanto basta...



Na figura, $ABCD$ é um quadrado e ABE é um triângulo equilátero. Estas informações são tudo o que precisas para encontrar a medida do ângulo \widehat{CED} . Qual é essa medida?



O Sub12 reserva-se o direito de editar as resoluções de participantes publicadas, exclusivamente no sentido de retificar pormenores de linguagem ou de correção matemática, respeitando o processo de resolução apresentado.

Maria Balsinhas,

EB 2,3 Nº 1 de Elvas

Olá,

Acabamos de estudar esta matéria, que sorte.

A resposta ao problema 5 do sub12 é a seguinte:

- Se o triângulo ABE é equilátero, então cada um dos seus ângulos internos tem uma amplitude de 60° .

- O ângulo CBA= 90° , por isso o ângulo CBE= 30° ($90^\circ-60^\circ=30^\circ$) e esta é também a amplitude do ângulo EAD.

- Os triângulos CBE e EAD são isósceles, por isso os ângulos BCE, BEC, AED e ADE, têm a mesma amplitude que é 75° ($180^\circ-30^\circ=150^\circ$, como são 2, é $150^\circ:2=75^\circ$).

- Então se o ângulo BEA = 60° , o ângulo AED= 75° e BEC= 75° , o ângulo CED tem uma amplitude de 150° porque:

$$360^\circ - (60^\circ+75^\circ+75^\circ)= 360^\circ-210^\circ=150^\circ$$

Resposta: A medida do ângulo CED é 150° .

Paulo Kyyakh,

EB 2,3 Dr. Francisco Cabrita, Albufeira

ABCD-quadrado.

ABE triângulo equilátero- tem todos os lados iguais e todos os ângulos iguais e todos os ângulos 60 graus.

BC=BE=AE=AD.

Então o triângulo BCE e o triângulo AED são isósceles.

ângulo CBE = ângulo EAD.

ângulo ECB = ângulo CEB = ângulo DEA = ângulo ADE.

CE=ED

Se esses lados são iguais então o triângulo CED é isósceles.

A soma de todos os ângulos é 180 graus.

Daqui o ângulo DAB=90 graus e o ângulo EAB=60 graus

ângulo EAD=90-60=30 graus

180-30=150 graus

ângulo DEA = ângulo EDA = 75 graus

O ângulo CDA = 90 graus e ângulo EDA = 75 graus

ângulo CDE=90-75=15 graus

ângulo CDE = ângulo DCE = 15 graus

ângulo CDE + ângulo DCE = 30graus

180-30=150 graus

O ângulo CED é um ângulo obtuso = 150 graus

Patrícia Martins, Joana Gonçalves e Laura Justo,

EBI Prof. Joaquim Moreira, Alcoutim

Como o triângulo ABE é equilátero, tem todos os lados iguais e todos os ângulos iguais, então os ângulos internos medem 60°

$$(180^\circ / 3 = 60^\circ)$$

$$\hat{EAB} = 60^\circ$$

$$\hat{DAE} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ \text{ (ângulos complementares)}$$

o triângulo DAE é isósceles - tem dois lados iguais e dois ângulos iguais

$$180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$$

$$150^\circ / 2 = 75^\circ \text{ ----> ângulo ADE}$$

a amplitude do ângulo EDC = $90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$ (ângulos complementares)

Então a amplitude do $\hat{DEC} = 180^\circ - (15^\circ + 15^\circ) = 150^\circ \text{ ----> O triângulo EDC também é isósceles.}$

Filipe Silva, Rafael Mourão e Rui Zhu Wang

EB 2,3 Dr. Joaquim Magalhães, Faro

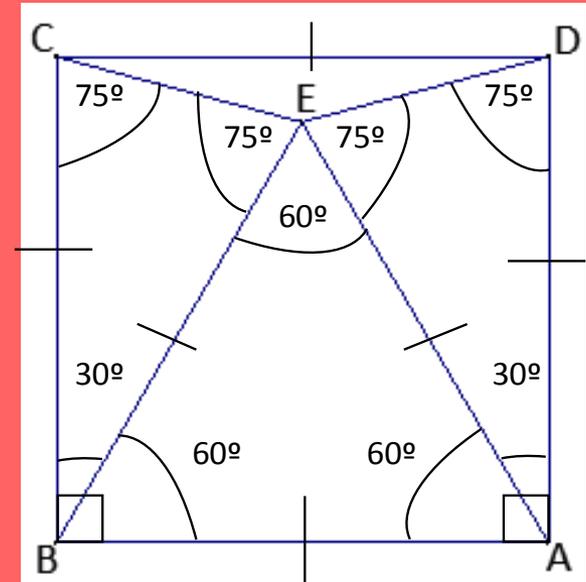
Resposta: O ângulo $\widehat{C\hat{E}D}$ mede 150° .

$$\widehat{E\hat{A}D} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

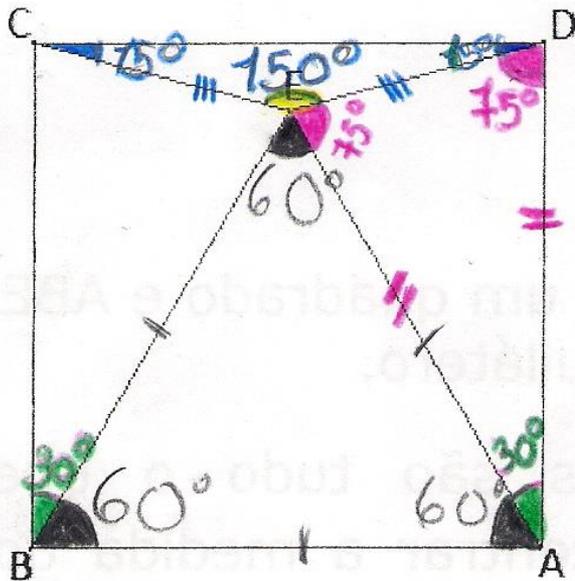
$$\widehat{D\hat{E}A} = (180^\circ - 30^\circ) \div 2 = 75^\circ$$

$$\widehat{C\hat{E}B} = \widehat{D\hat{E}A}$$

$$\widehat{C\hat{E}D} = 360^\circ - (75^\circ \times 2 + 60^\circ) = 360^\circ - 210^\circ = 150^\circ$$



Soraia Costa e Bernard Onuorah,
EBI Prof. Joaquim Moreira, Alcoutim



Na figura, ABCD é um quadrado e ABE é um triângulo equilátero.

Estas informações são tudo o que precisas para encontrar a medida do ângulo $\widehat{C\hat{E}D}$. Qual é essa medida?

$$90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

$$90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$$

$$180^\circ - (15^\circ + 15^\circ) = 150^\circ$$

$$180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$$

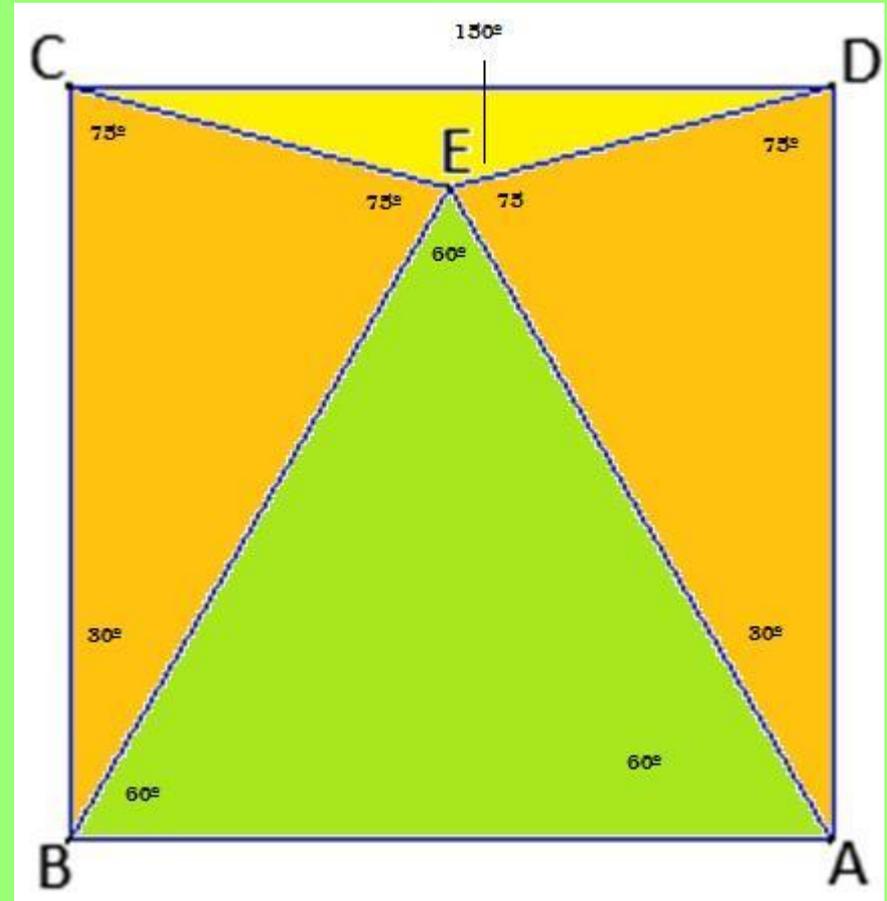
$$150^\circ : 2 = 75^\circ$$

O ângulo $\widehat{C\hat{E}D}$ mede 150 graus.

André Redondo,

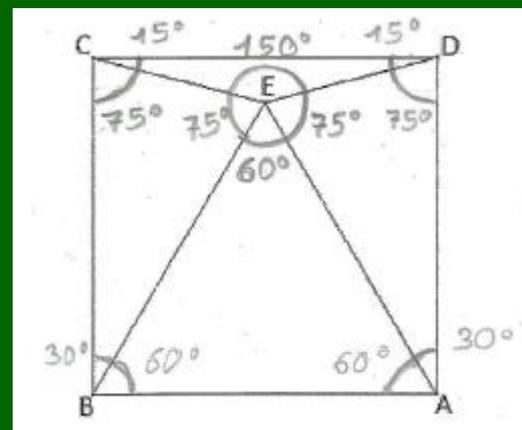
EB 2,3 Dr. António da Costa Contreiras, Armação de Pera

O ângulo CED mede 150° . Como $B\hat{A}E$ é um ângulo do triângulo equilátero, tem 60° . $B\hat{A}D$ é um ângulo reto, por isso, $E\hat{A}D$ mede 30° . Isto é igual para o triângulo CBE. Como qualquer lado do triângulo equilátero mede o mesmo que um lado do quadrado. Conclui-se que os triângulos CBE e EAD são isósceles, pois possuem dois lados iguais. Uma vez que a soma dos ângulos de um triângulo tem 180° , e os ângulos EAD e CBE têm 30° , os restantes ângulos (EDA, DEA, CEB e ECB) medem 75° cada um. A soma dos ângulos que se encontram no ponto E é 360° , ou seja 75° com 75° com 60° dá 210° . Para chegar a 360° , faltam 150° que é a medida de $C\hat{E}D$.



Diogo Bento,

EB 2,3/S de Ourique



Não te esqueças de explicar o teu processo de resolução.

1ª etapa - O triângulo $[ABE]$ é equilátero por isso tem os ângulos todos iguais: $180^\circ : 3 = 60^\circ$.

2ª etapa - achar ângulos complementares em B e A já que um é 60° o outro tem que ser 30° : $60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$.

3ª etapa - Sabendo que o ângulo $E\hat{B}C$ é de 30° , temos que achar os 2 ângulos opostos, que são iguais porque os triângulos $[CBE]$ e $[AED]$ são isósceles.

4ª etapa - A soma dos ângulos conhecidos no ponto E é: $75^\circ + 75^\circ + 60^\circ = 210^\circ$.

5ª etapa - Sabendo que o resultado da soma dos ângulos em E é de 360° então $360^\circ - 210^\circ = 150^\circ$ que é a medida do ângulo que precisamos encontrar.

A medida do ângulo $C\hat{E}D$ é de 150° .

SUB12

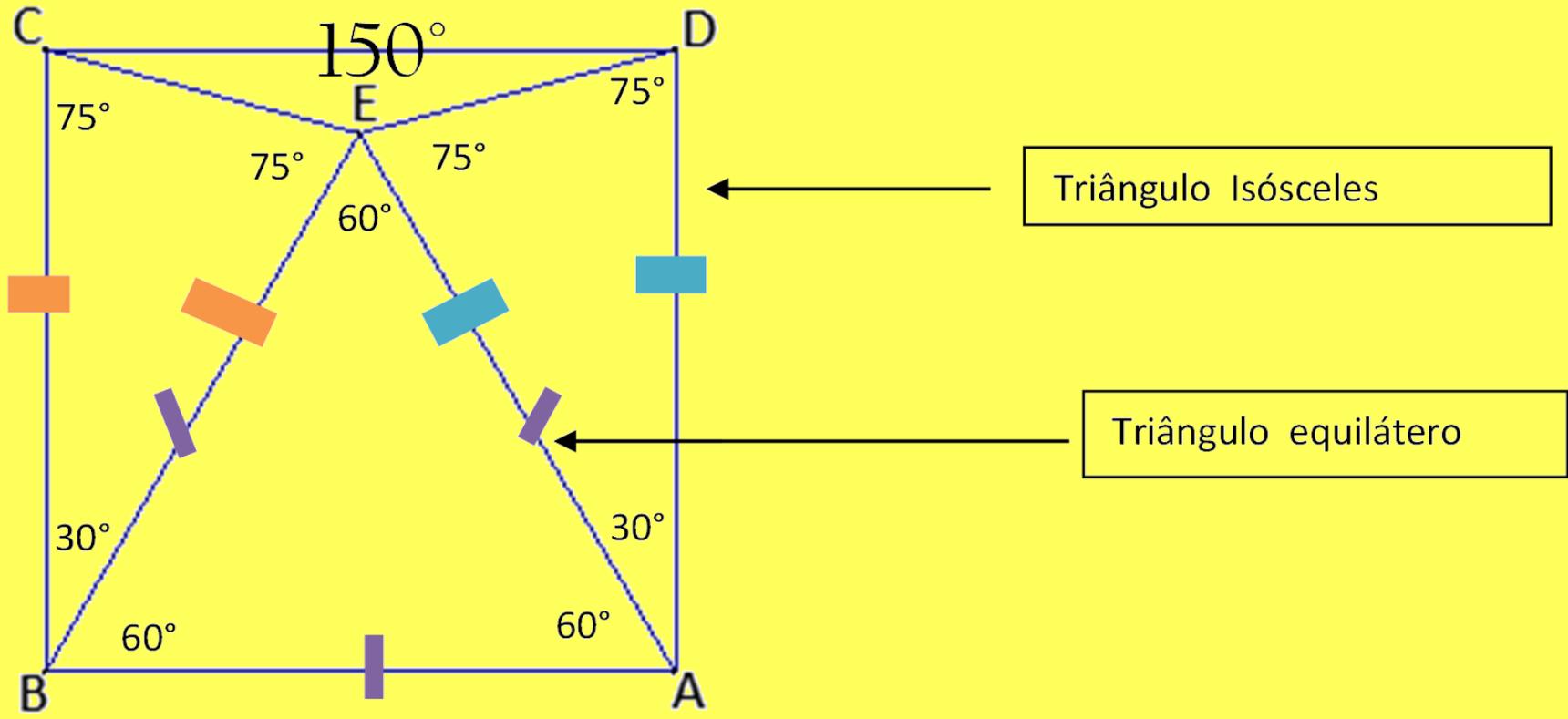
Sítio: <http://www.fctce.uol.br/mat/matica/Scatrola>

E-mail: sub12_5@hotmail.com (5º ano)

sub12_6@hotmail.com (6º ano)

Laura Oliveira,

Colégio Internacional de Vilamoura, Loulé



$$360^\circ - [60^\circ + 75^\circ \times 2] = 150^\circ$$

R: O ângulo CED é de 150° .

Beatriz Cavaco, Beatriz Dzitac e David Beuca,
Agrupamento Vertical de Almancil

O triângulo ABE é equilátero, logo a amplitude de cada ângulo interno é igual a 60° .

$$(180^\circ \div 3 = 60^\circ)$$

Pelo facto de $ABCD$ ser um quadrado, o lado BC e BE têm o mesmo comprimento, logo o triângulo BCE é isósceles e a amplitude dos ângulos BCE e BEC é igual a 75° (porque num triângulo a lados congruentes opõem-se ângulos congruentes).

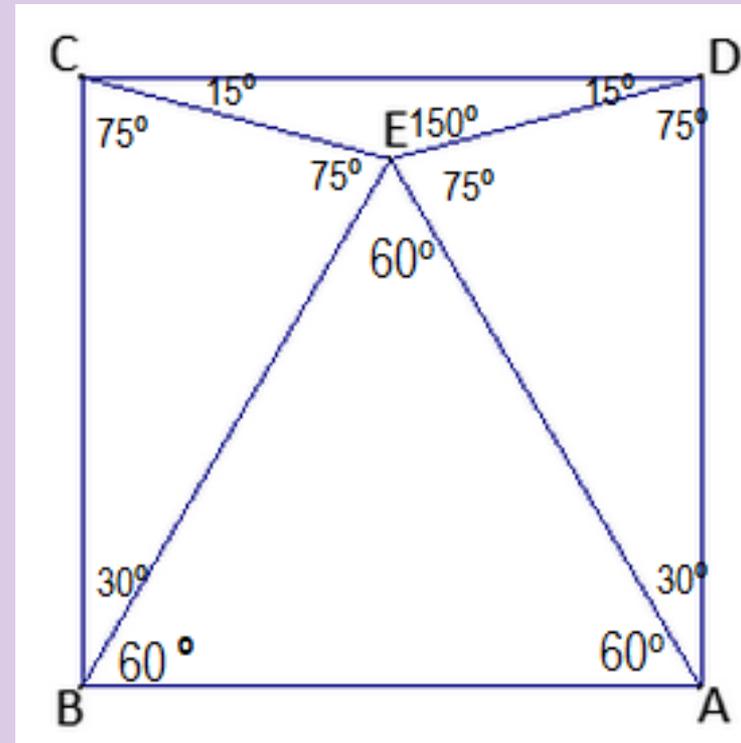
Considerando agora o triângulo CED , vem que:

O ângulo ECD é complementar do ângulo BCE , logo mede 15° . O mesmo para o ângulo CDE que é complementar do ângulo ADE .

$$15^\circ + 15^\circ = 30^\circ$$

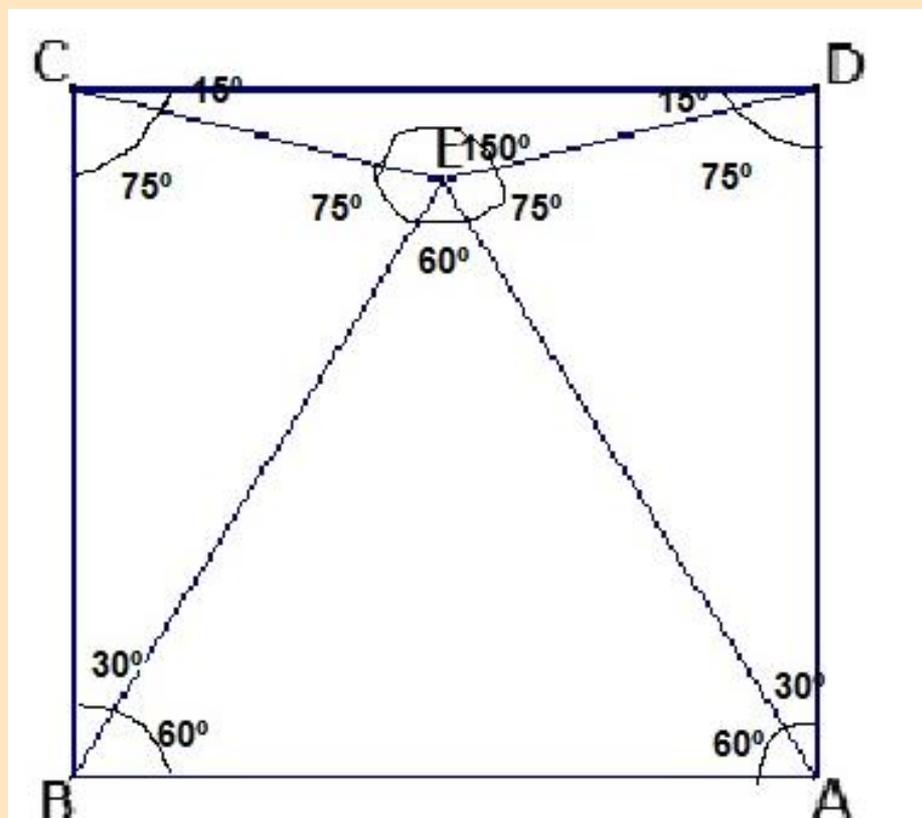
$$180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$$

Conclusão, o ângulo CED mede **150°**



Mariana Bernardino,

EB 2,3 Frei André da Veiga, Santiago do Cacém



No quadrado todos os ângulos têm 90° . No triângulo equilátero todos os ângulos têm 60° . Os triângulos ADE e BCE são triângulos isosceles por isso têm dois lados iguais. então a medida do ângulo CÊD é de 150° .

Cristiano Gherman,

EB 2,3 D. Martinho Castelo Branco, Portimão

Se o triângulo ABE é equilátero, todos os seus ângulos medem 60° . Reparei que os ângulos \widehat{BAE} e \widehat{DAE} são complementares, ou seja a sua soma dá 90° .

Depois calculei e descobri quanto mede o ângulo \widehat{DAE} :
 $90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$.

Como os triângulos CEB e DEA são isósceles os seus dois ângulos restantes medem, cada um deles, 75° porque
 $(180^\circ - 30^\circ) : 2 = 75^\circ$.

Por fim fiz a conta inteira e calculei o ângulo \widehat{CED} :
 $360^\circ - (75^\circ \times 2 + 60^\circ) = 150^\circ$.

R.: O ângulo \widehat{CED} tem de amplitude 150° .

Catarina Xavier Lourenço,

EB 2,3 Dr. Joaquim Magalhães, Faro

O triângulo [ABE] é equilátero, logo:

✓ todos os seus lados são iguais ($\overline{AB} = \overline{BE} = \overline{EA}$)

✓ todos os seus ângulos internos são iguais e medem 60° ($\hat{A}BE = \hat{B}EA = \hat{E}AB = 60^\circ$)

porque a lados congruentes opõem-se ângulos congruentes e vice versa.

Como [ABCD] é um quadrado, então

✓ todos os seus lados são iguais ($\overline{AD} = \overline{DC} = \overline{BC} = \overline{AB}$)

✓ todos os seus ângulos internos são iguais e medem 90° ($\hat{A}BC = \hat{B}CD = \hat{C}DA = \hat{D}AB = 90^\circ$)

Então $\overline{AD} = \overline{DC} = \overline{BC} = \overline{AB} = \overline{BE} = \overline{EA}$

❖ **Cálculo das amplitudes dos ângulos internos do triângulo [BCE]:**

$$\hat{C}BE = \hat{C}BA - \hat{E}BA$$

$$\hat{C}BE = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

Como o triângulo [BCE] é isósceles, então os lados [BC] e [BE] são congruentes ($\overline{BC} = \overline{BE}$), logo a lados congruentes opõem-se ângulos congruentes, $\hat{E}CB = \hat{C}EB$

Como a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é 180° , posso concluir que:

$$\hat{E}CB + \hat{C}EB + \hat{C}BE = 180^\circ$$

$\hat{C}BE = 180^\circ - 2 \times 75^\circ = 30^\circ$, logo $\hat{E}CB = \hat{C}EB = 75^\circ$

❖ **Cálculo das amplitudes dos ângulos internos do triângulo [ADE]:**

O triângulo [ADE] é congruente ao triângulo [BCE] então:

$$\hat{E}CB = \hat{C}EB = \hat{A}DE = \hat{D}EA = 75^\circ \text{ e}$$

$$\hat{C}BE = \hat{E}AD = 30^\circ$$

❖ **Cálculo das amplitudes dos ângulos internos do triângulo [CDE]:**

$$\hat{E}CD = \hat{B}CD - \hat{E}CB$$

$\hat{E}CD = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$ e como este triângulo é isósceles pois $\overline{CE} = \overline{ED}$ então $\hat{E}CD = \hat{E}DC = 15^\circ$

$\hat{E}CD + \hat{E}DC + \hat{C}ED = 180^\circ$ pois a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é 180° , então $\hat{C}ED = 180^\circ - 2 \times 15^\circ = 150^\circ$.

Resposta ao problema: A medida do ângulo $\hat{C}ED$ é 150° .

Diogo Luís,

EB 2,3 Poeta Bernardo Passos, S. Brás de Alportel

Para resolver este problema, analisei a figura e reparei que os triângulos ADE e BCE são iguais e têm dois lados e dois ângulos iguais.

Os lados do triângulo equilátero e do quadrado são iguais.

Como no triângulo a soma de todos os ângulos é 180° , os ângulos do triângulo equilátero são de 60° e os do quadrado são de 90° , fui calcular a amplitude dos ângulos que faltavam:

$$\angle BAD = \angle BAE + \angle EAD = 90^\circ$$

$$\angle BAD = 60^\circ + \angle EAD = 90^\circ$$

$$\angle EAD = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

$$\angle EAD + \angle ADE + \angle DEA = 180^\circ$$

$$\angle ADE + \angle DEA = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$$

$\angle ADE = \angle DEA$ (se o triângulo tem dois lados iguais, então tem dois ângulos iguais)

$$\angle ADE = \angle DEA = 150^\circ : 2 = 75^\circ$$

$$\angle CED + \angle DEA + \angle CEB + \angle AEB = 360^\circ$$

$$\angle CED + 75^\circ + 75^\circ + 60^\circ = 360^\circ$$

$$\angle CED = 360^\circ - (75^\circ + 75^\circ + 60^\circ)$$

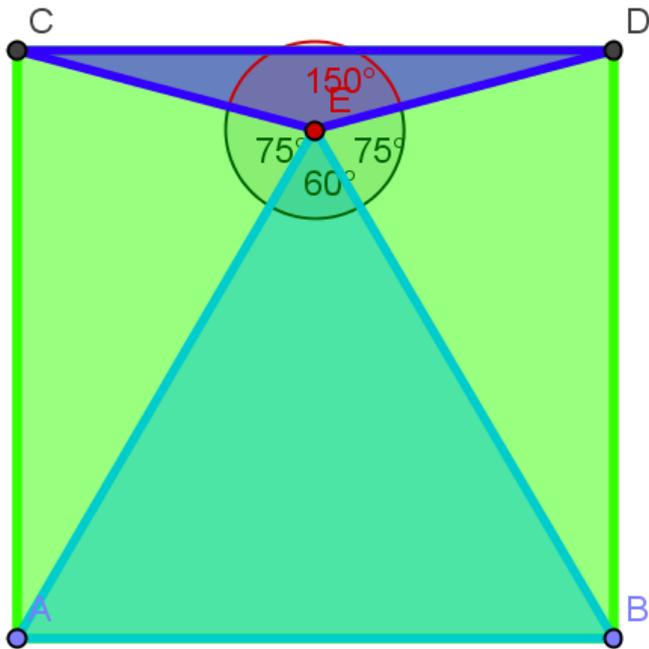
$$\angle CED = 360^\circ - 210^\circ = 150^\circ$$

A medida do ângulo $\angle CED$ é 150°

Duarte Camões,

EB 2,3 Dr. Joaquim Magalhães, Faro

$$150^\circ + (75^\circ \times 2) + 60^\circ = 360^\circ$$



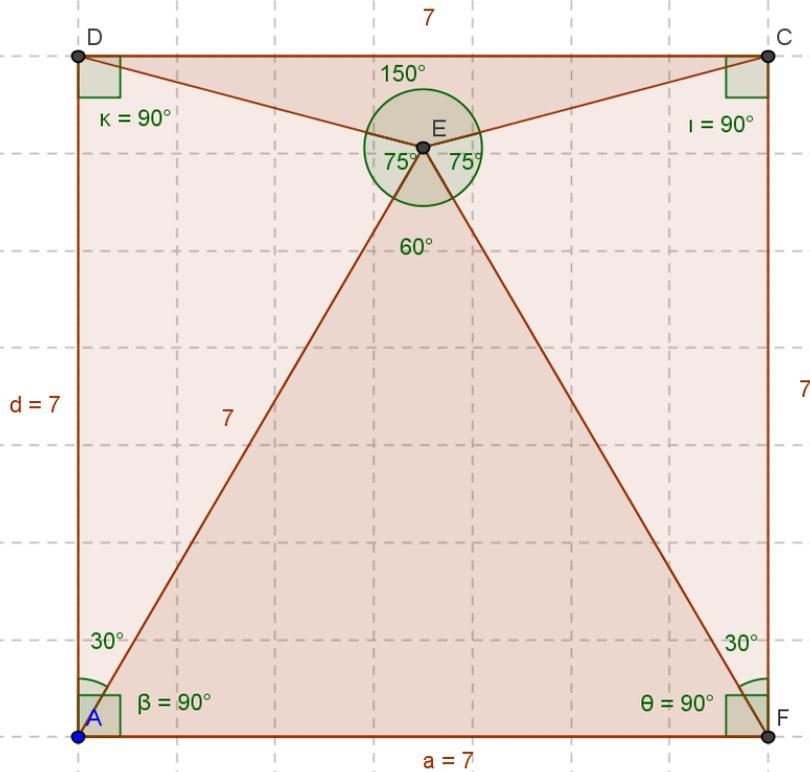
1- Como um triângulo tem os tres angulos de 60° e os angulos $\hat{C}E\hat{A}$ e $\hat{D}E\hat{B}$ medem 75° .

$$2- 360^\circ - (75^\circ \times 2 + 60^\circ) = 150^\circ$$

3- O angulo $\hat{C}E\hat{D}$ mede 150°

Inês Inácio,

EB 2,3 Dr. Joaquim Magalhães, Faro



1. Construi um quadrado .
2. No lado do quadrado construi um triângulo equilátero
3. Com o vertice do triângulo equilátero e com dois lados do quadrado construi um triângulo
4. Todos os triângulos da figura são isósceles.
5. Vou determinar os ângulos do triângulo isósceles:
 - Um mede $90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$
 - Os outros dois são iguais e medem $(180^\circ - 30^\circ)/2 = 75^\circ$ cada um.
6. O ângulo que quero determinar é: $360^\circ - (2 \cdot 75^\circ + 60^\circ) = 360^\circ - 210^\circ = 150^\circ$